

Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2019-20

PROFESORES: José Luis Fernández Pérez y Pablo Fernández Gallardo

1.- TÍTULO: La ley de Benford

Resumen/contenido:

La ley de Benford sostiene que, en un buen número de datos numéricos de la vida real, la distribución del primer dígito de cada número sigue una determinada ley probabilista.

El trabajo consistiría en analizar la explicación/formulación matemática de este fenómeno, así como estudiar

- ejemplos de variables cuyas muestras aleatorias, o ejemplos de sucesiones numéricas clásicas, que obedecen esta ley;
- su uso como herramienta de detección de fraude,
- el análisis estadístico de datos reales, etc.

Bibliografía/referencias:

- Persi Diaconis: the distribution of leading digits and uniforme distribution mod 1. *The Annals of Probability* **5** (1977), no. 1, 72-81.
- Theodore Hill. The significant-digit phenomenon. *American Mathematical Monthly* **102** (1995), 322-327.
- Erno Berger, Theodor Hill: *An introduction to Benford's law*. Princeton University Press, 2015.
- Steven Miller: *Benford's law: Theory and applications*, 2015.
- Mark Nigrini: *Benford's law: Applications for forensic accounting, auditing, and fraud detection*. Willey, 2012.

2.- TÍTULO: El problema de los momentos

Resumen/contenido:

Sea μ una medida en la recta real, y sea (m_n) la colección de sus momentos:

$$m_n = \int x^n d\mu(x)$$

El problema de los momentos consiste en decidir si, dada una sucesión (m_n) , existe una medida μ que tenga a esa sucesión como lista de momentos, y si ésta es única.

Se suelen distinguir, por sus distintas características, los casos en los que μ tiene su soporte en toda la recta (problema de Hamburger), en la semirrecta positiva (problema de Stieltjes), o en un intervalo acotado, por ejemplo el intervalo $(0,1)$ (problema de Hausdorff).

Se estudiarán distintos tipos de condiciones para la existencia/unicidad, como las de Cramér (y su relación con la medición del riesgo actuarial) o la de Carleman.

Bibliografía/referencias:

- J.A. Shohat, J. D. Tamarkin: *The problem of moments*. AMS, 1943.
- N.I. Akhiezer: *The classical moment problem and some related questions in analysis*. Oliverly & Boyd, 1965.

3.- **TÍTULO:** Permutaciones al azar

Resumen/contenido:

El trabajo analizará propiedades genéricas del conjunto de las permutaciones cuando se considera el grupo S_n desde un punto de vista probabilista. En concreto:

- Ciertas propiedades estadísticas (a la Erdős-Turán) del grupo simétrico: número medio de puntos fijos, número medio de ciclos, longitud de ciclos, orden de un elemento y máximo orden en el grupo, etc. Tanto desde el punto de vista de la media, como de grandes desviaciones o comportamientos asintóticos.
- La probabilidad (a la Dixon) de que un par de permutaciones elegidas al azar generen todo S_n o todo A_n (grupo alternado).
- El estudio de los barajados (a la Aldous-Diaconis): ¿cuántas veces se ha de mezclar la baraja para que quede razonablemente “desordenada”?

Bibliografía/referencias:

- P. Erdős and P. Turán, On some problems of a statistical group-theory I, II, III, IV.
- David Aldous, Persi Diaconis: Shuffling cards and stopping times. *American Mathematical Monthly* **93** (1986).
- J. D. Dixon. The probability of generating the symmetric group. *Math. Z.* **110** (1969), 199-205.

4.- **TÍTULO:** Funciones holomorfas que no se pueden extender

Resumen/contenido:

En el trabajo se estudiará bajo qué condiciones una función holomorfa en el disco unidad es tal que todos los puntos de la circunferencia unidad son singularidades (frontera natural).

Se estudiarán algunos ejemplos clásicos:

- de Hadamard (gaps lacunares),
- de Kronecker (gaps cuadráticos, con su relación son sumas de Gauss),
- de Hecke (coeficientes son partes fraccionarias, con su relación con los criterios de equidistribución de Weyl).

Se tratará también el teorema de Fabry con el método de Turán.

Bibliografía/referencias:

- Notas de elaboración propia.
- Hugh L. Montgomery. *Ten lectures on the interface between Analytic Number Theory and Harmonic Analysis*. AMS, 1991.
- Sanford Segal. *Nine introductions in complex analysis*. Elsevier, 2007.